

Ermittlung von Gebrauchsspannungen bei Stahlbetonquerschnitten im gerissenen Zustand

Bernhard Freytag, Martin Ebner
 Institut für Betonbau, TU-Graz, Österreich

KURZFASSUNG: Unter der Voraussetzung linear elastischer Stoffgesetze für Stahl und Beton und Vernachlässigung der Zugtragfähigkeit des Betons kann im Falle reiner Biegebeanspruchung die Höhe der Druckzone von gerissenen Stahlbetonquerschnitten über Gleichgewichtsbedingungen auf analytischem Wege genügend genau ermittelt werden. In einschlägiger Literatur [2] werden meistens nur die einfachsten Querschnittstypen behandelt, oder es werden weitere vereinfachende Annahmen getroffen. In diesem Beitrag werden beliebig bewehrte Rechteckquerschnitte (Druck- und Zugbewehrung) und einfach bewehrte Plattenbalkenquerschnitte behandelt. Die Spannungsumlagerung im Querschnitt zufolge Kriecheffekte des Betons wird auf einfache Art berücksichtigt (Keine Systemumlagerungen). Um die vorgestellten Formeln auch bei kombinierter Beanspruchung durch Biegemomente und Längskräfte anwenden zu können, wird abschließend ein für die Handrechnung gut geeignetes Iterationsverfahren angegeben.

kritischen Fällen oder bei Querschnitten

1 EINLEITUNG

Durch die Umstellung der Normen von der traglastdominierten Bemessung zur kombinierten Bemessung, bei der die Grenzzustände der Tragfähigkeit und die der Gebrauchstauglichkeit die gleich Bedeutung haben, wird auch die Ermittlung von Gebrauchsspannungen ein wichtiges Thema im Stahlbetonbau.

Beispielsweise bei Plattenbalkenquerschnitten bei denen die Zugzone in der Platte zu liegen kommt ist oft die Druckspannung unter der seltenen Einwirkungskombination [1] das maßgebende Bemessungskriterium. Da diese Spannungsgrenze bereits bei der Vorbemessung berücksichtigt werden sollte und eine Abschätzung am ungerissenen Querschnitt zu weit von der Realität entfernt ist, ist es sinnvoll für die wichtigsten Fälle „Handrechnungs-Formeln“ zu haben.

Der folgende Beitrag befaßt sich mit einfach bewehrten und auch mit komplexeren Querschnitten, was zu teils kompakten teils umfangreicheren Formeln führt. In den meisten Fällen wird es ausreichend sein eine Spannungsberechnung ohne Berücksichtigung der Druckbewehrung vorzunehmen. Aber gerade in

mit einem hohen Druckbewehrungsgehalt kann es notwendig werden, die exakte Lösung heranzuziehen um das geforderte Kriterium zu erfüllen.

Um die Bedeutung der Spannungsgrenzen unter Gebrauchslasten zu unterstreichen, sei an dieser Stelle in Erinnerung gerufen, daß einige Theorien, die der betonbaulichen Bemessung zugrundegelegt werden, nur für bestimmte Spannungsbereiche Gültigkeit haben, die nur durch die strenge Einhaltung der Spannungsgrenzen gewahrt wird. Als Beispiel sei die lineare Kriechtheorie angeführt, die im Druckbereich nur für Spannungen gilt, die kleiner als ca. 45% der Festigkeit sind.

Persönliche Anmerkung

Es ist mir eine große Freude sagen zu können, daß Du lieber Lutz mit Deiner sehr früh beginnenden, Euro-Code-orientierten Lehre den Umstieg der Zivilingenieure von ÖNORM auf EN-Norm erleichtert und auch beschleunigt hast. Absolventen Deiner Schule tragen „die Bemessung nach Grenzzuständen“ mit einer Selbstverständlichkeit in die Praxis hinaus, sodaß Aufträge, die nach EN zu

berechnen sind, niemanden mehr abschrecken. Ich glaube, das einfach so behaupten zu können, da zahlreicher Anfragen zu diesem Thema aus der Praxis an mich herangetragen werden.

Mit großer Freude nehme ich Deinen 60er zum Anlaß, um meine Erfahrungen in der Lehrtätigkeit als Assistent an Deinem Institut und einige Grundlagen-Arbeit für die Lehre in einem Beitrag für Deine Festschrift festzuhalten. Die Wahl des Themas hängt nicht zufällig mit Lehre und Praxis zusammen, denn da ich die Herausforderung der Lehre jetzt selbst kennengelernt habe, ist es mir ein großes Anliegen, in aller Öffentlichkeit festzustellen, daß die Qualität Deiner Lehre mindestens der eines ultrahochfesten Betons entspricht. Ich bin sehr stolz darauf, durch Deine Schule gegangen zu sein.

2 GRUNDLAGEN

Folgende Annahmen werden den weiteren Ausführungen zugrundegelegt:

- Ebenbleiben der Querschnitte

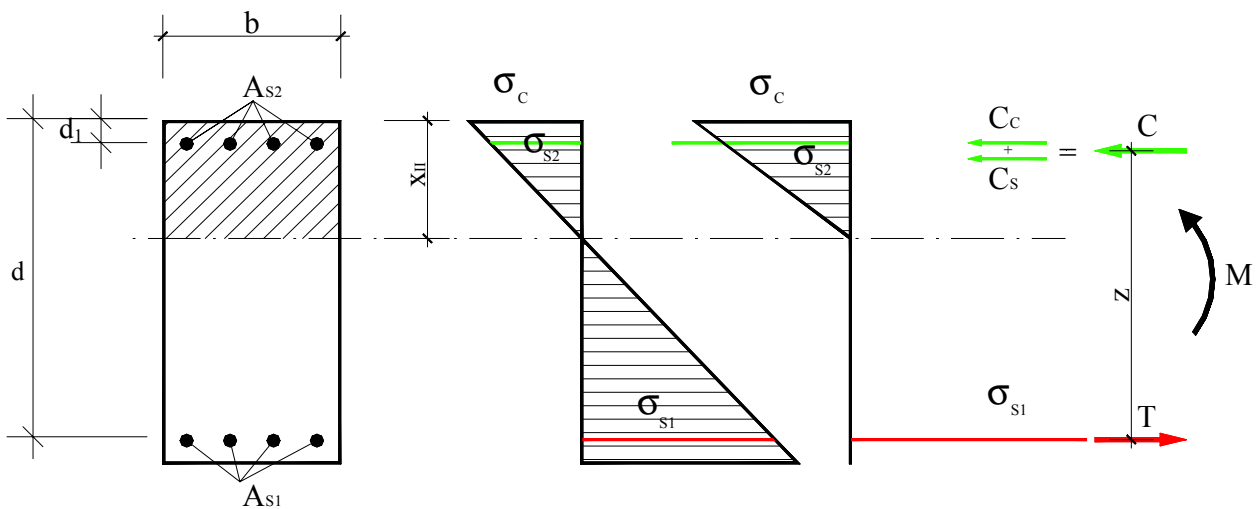


Abbildung 1 Beliebige bewehrter Rechteckquerschnitt, Dehnungen unter reiner Biegebeanspruchung, Spannungen und Kraftgrößen

3.1 Höhe der Druckzone (x_{II})

In Abbildung 1 werden alle verwendeten Bezeichnungen definiert.

Aus dem Gleichgewicht der inneren Kräfte erhält man

$$Glg.(1) \quad |C| = |T| \Rightarrow |C_c + C_s| = |T|$$

- Lineare Stoffgesetze
- Zugtragfähigkeit des Betons wird vernachlässigt
- Die einwirkenden Momente sind mit positivem Vorzeichen einzusetzen!
- Alle Spannungs- und Dehnungs-Werte in den folgenden Ausführungen sind Absolutbeträge!

3 RECHTECKQUERSCHNITTE MIT BELIEBIGER BEWEHRUNG

Im folgenden Kapitel werden Rechteckquerschnitte mit konzentrierter Bewehrung im Bereich des Zug- und des Druckrands behandelt. Es wird vorausgesetzt, daß nur Biegemomente um die starke Hauptachse einwirken.

Drückt man die Kräfte als Spannungsintegral über die jeweiligen Flächen aus, erhält man:

$$Glg.(2) \quad \frac{1}{2} \sigma_c \cdot A_{C,D} + \sigma_{s2} \cdot A_{S2} - \sigma_{c2} \cdot A_{S2} = \sigma_{s1} \cdot A_{S1}$$

Das Hook'sche Gesetz liefert:

$$\text{Glg.(3)} \quad \sigma_C = E_C \cdot \varepsilon_C$$

$$\text{Glg.(4)} \quad \sigma_{S1} = E_S \cdot \varepsilon_{S1}$$

$$\text{Glg.(5)} \quad \sigma_{S2} = E_S \cdot \varepsilon_{S2}$$

$$\text{Glg.(6)} \quad \sigma_{C2} = E_C \cdot \varepsilon_{S2}$$

Über den geometrischen Zusammenhang der Dehnungen erhält man:

$$\text{Glg.(7)} \quad \varepsilon_{S2} = \frac{\varepsilon_{S1} \cdot (x_{II} - d_1)}{(d - x_{II})}$$

$$\text{Glg.(8)} \quad \varepsilon_c = \frac{\varepsilon_{S1} \cdot x_{II}}{(d - x_{II})}$$

Setzt man nun Glg.(1) bis Glg.(8) in Glg.(2) ein so erhält man:

$$\begin{aligned} \text{Glg.(9)} \quad & \frac{1}{2} E_C \frac{\varepsilon_{S1} \cdot x_{II}}{(d - x_{II})} A_C + E_S \frac{\varepsilon_{S1} (x_{II} - d_1)}{(d - x_{II})} A_{S2} - \\ & E_C \frac{\varepsilon_{S1} (x_{II} - d_1)}{(d - x_{II})} A_{C1} = \varepsilon_{S1} E_S A_{S1} \end{aligned}$$

Mit $A_{C,D} = b \cdot x_{II}$ und $\alpha = \frac{E_S}{E_C}$ folgt

$$\begin{aligned} \text{Glg.(10)} \quad & \frac{1}{2} b x_{II}^2 \frac{1}{(d - x_{II})} + \\ & + A_{S2} (x_{II} - d_1) (\alpha - 1) \frac{1}{(d - x_{II})} = \alpha A_{S1} \end{aligned}$$

Durch Umformung ergibt sich folgende quadratische Gleichung:

$$\begin{aligned} \text{Glg.(11)} \quad & \frac{b x_{II}^2}{2} + x_{II} (A_{S1} \alpha + A_{S2} (\alpha - 1)) \\ & - (A_{S1} d \alpha + A_{S2} d_1 (\alpha - 1)) = 0 \end{aligned}$$

Die einzige physikalisch sinnvolle Lösung liefert folgenden Wert für die Höhe der Druckzone:

$$\text{Glg.(12)} \quad x_{II} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + 2bP}}{b}$$

mit den folgenden Substitutionen:

$$P = A_{S1} d \alpha + A_{S2} d_1 (\alpha - 1)$$

$$Q = A_{S1} \alpha + A_{S2} (\alpha - 1)$$

Wie man sieht ist die Höhe der Druckzone bei reiner Biegebeanspruchung nicht von der Größe des Einwirkenden Moments abhängig. Die Ursache dafür liegt in den getroffenen Annahmen (Kap.2). Durch das Vernachlässigen der Zugtragfähigkeit des Betons schaltet man das allmähliche Versagen von, unter Zug stehenden, „Beton-Fasern“ aus, da ja definitionsgemäß niemals Zugspannungen im Beton auftreten. Es handelt sich also um einen klassischen, linear elastischen Querschnitt. Daher muß auch der ideale Schwerpunkt -genaugenommen das Steifigkeitszentrum- und die neutrale Faser (Nullinie) zusammen fallen. Das heißt, daß x_{II} über die Bestimmungsgleichung des ideellen Schwerpunkts, die sofort angeschrieben werden kann auf einfacherem Weg gefunden werden kann:

$$\begin{aligned} \text{Glg.(13)} \quad & b \cdot \frac{x_{II}^2}{2} + A_{S2} (\alpha - 1) \cdot (x_{II} - d_1) = \\ & = A_{S1} \alpha \cdot (d - x_{II}) \end{aligned}$$

Bringt man Glg.(13) nun in die Form einer quadratischen Gleichung so erhält man wieder Glg.(11).

3.2 Innerer Hebelsarm z

Für die Ermittlung von Spannungen am gerissenen Querschnitt (Abbildung 1) benötigt man nun entweder das Trägheitsmoment I_{II} des gerissenen Querschnitts oder den inneren Hebelsarm z . Da es bei einfach bewehrten Querschnitten üblich ist über den inneren Hebelsarm zu rechnen und die Methode auch bei Biegung und Längskraft angewendet wird (siehe Kap. 8), erscheint es sinnvoll bei dieser Methode zu bleiben.

Der Angriffspunkt der Resultierenden inneren Druckkraft C wird über das Momentengleichgewicht um die Achse 2 (Druckrand) ermittelt:

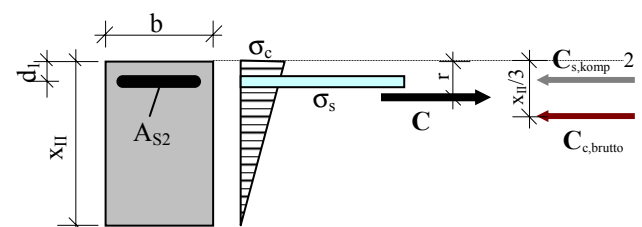


Abbildung 2 Biegedruckzone, Spannungen, Kräfte

$C_{c,brutto}$ Betondruckkraft ohne Abzug der Stahlfläche A_{S2}

$C_{s,komp}$ Stahldruckkraft abzüglich des fälschlich in $C_{c,brutto}$ enthaltenen Anteils im Bereich der Stahlfläche A_{S2}

C..... Resultierende Druckkraft

$$\text{Glg.(14)} \quad C_{c,brutto} = b \cdot x_{II} \cdot \frac{\sigma_c}{2}$$

$$\text{Glg.(15)} \quad C_{s,komp} = A_{S2} \frac{\sigma_c}{x_{II}} (x_{II} - d_1) \cdot (\alpha - 1)$$

$$\text{Glg.(16)} \quad C_{c,brutto} \cdot \frac{x_{II}}{3} + C_{s,komp} \cdot d_1 = C \cdot r$$

Nach Einsetzen der Glg.(14) und Glg.(15) in Glg.(16) kürzt sich σ_c natürlich heraus und es ergibt sich folgender Zusammenhang

$$\text{Glg.(17)} \quad r = \frac{b \frac{x_{II}^3}{6} + A_{S2} (\alpha - 1) \cdot (x_{II} - d_1) \cdot d_1}{b \frac{x_{II}^2}{2} + A_{S2} (\alpha - 1) \cdot (x_{II} - d_1)}$$

Der innere Hebelsarm z ergibt sich dann zu:

$$\text{Glg.(18)} \quad z = d - \frac{b \frac{x_{II}^3}{6} + A_{S2} (\alpha - 1) \cdot (x_{II} - d_1) \cdot d_1}{b \frac{x_{II}^2}{2} + A_{S2} (\alpha - 1) \cdot (x_{II} - d_1)}$$

3.3 Ermittlung der Spannungen

Über den inneren Hebelsarm kann nun auf einfache Weise über die Gleichgewichtsbedingung die Stahlspannung σ_s und daraus über den linearen Zusammenhang der Dehnungen die Betonspannung bzw. die Spannung in der Druckbewehrung berechnet werden.

$$\text{Glg.(19)} \quad \sigma_{S1} = \frac{M}{z \cdot A_{S1}}$$

$$\text{Glg.(20)} \quad \sigma_c = \frac{\sigma_s}{\alpha} \frac{x_{II}}{(d - x_{II})}$$

$$\text{Glg.(21)} \quad \sigma_c = \frac{\sigma_s (x_{II} - d_1)}{\alpha (d - x_{II})}$$

4 RECHTECKQUERSCHNITT MIT SYMMETRISCHER BEWEHRUNG

Bei symmetrischer Bewehrung gilt

$$A_{S1} = A_{S2} = A_S$$

Daraus ergeben sich aber nur geringfügige Vereinfachungen der Konstanten Q und P:

$$\text{Glg.(22)} \quad Q = A_S (2\alpha - 1)$$

$$\text{Glg.(23)} \quad P = A_S [\alpha(d + d_1) - d_1]$$

Die Höhe der Druckzone wird mit Glg.(12) ermittelt. Die Berechnung der Spannungen erfolgt mit den Gleichungen Glg.(19) bis Glg.(21).

5 EINFACH BEWEHRTER RECHTECKQUERSCHNITT

Ist keine Druckbewehrung vorhanden vereinfachen sich die Konstanten Q und P zu

$$\text{Glg.(24)} \quad Q = A_S \alpha$$

$$\text{Glg.(25)} \quad P = A_S \alpha \cdot d$$

Eingesetzt in Glg.(12) ergibt das die aus der Literatur [3] bekannte Gleichung

$$\text{Glg.(26)} \quad x_{II} = \frac{A_S \alpha}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2bd}{A_S \alpha}} \right]$$

Dieses Kapitel stellt eine Kontrolle der Herleitung in Kapitel 3 dar. Der Vollständigkeit halber sei noch die Formel für den inneren Hebelsarm angeschrieben

$$\text{Glg.(27)} \quad z = d - \frac{x_{II}}{3}$$

Die Berechnung der Spannungen erfolgt mit den Gleichungen Glg.(19) bis Glg.(21). Für diesen einfachen Fall besteht auch eine einfache Möglichkeit, die Betonspannung direkt zu berechnen ohne zuerst die Stahlspannung ermitteln zu müssen. Aus der Gleichgewichtsbedingung $M = C \cdot z$ folgt:

$$\text{Glg.(28)} \quad \sigma_c = \frac{2M}{z \cdot b \cdot x_{II}}$$

6 EINFLUSS DES KRIECHENS AUF DIE DRUCKZONENHÖHE x_{II}

Anhand des einfach bewehrten Rechteckquerschnitts soll nun gezeigt werden, daß für statisch bestimmte Systeme die Spannungumlagerungen im

Querschnitt sehr einfach in guter Näherung berücksichtigt werden können.

- ϵ_{cr}plastische Dehnung (Kriechdehnung)
- ϵ_{el}elastische bzw spannungserzeugende Dehnung
- Cinnere Druckkraft
- Tinnere Zugkraft
- Die Indices „0“ und „∞“ beschreiben den Zeitpunkt an dem die jeweilige Größe auftritt.

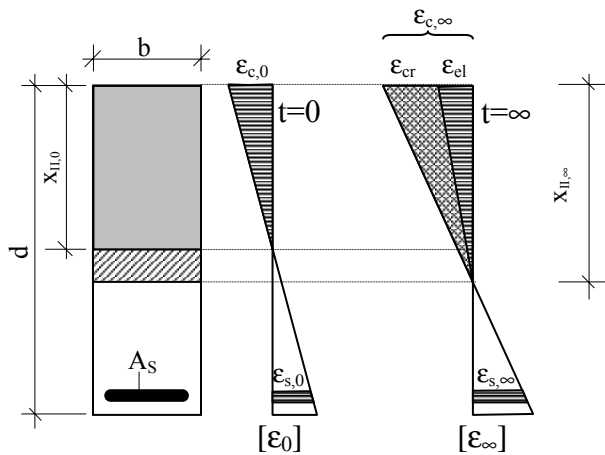


Abbildung 3 Dehnungszustände am gerissenen Querschnitt zum Zeitpunkt t=0 und t=∞

Folgendes lineares Kriechgesetz soll gelten:

$$Glg.(29) \quad \epsilon_{c,\infty} = \epsilon_{el} + \epsilon_{cr} = \epsilon_{el}(1 + \phi)$$

Nun werden alle geometrischen und mechanischen Zusammenhänge zum Zeitpunkt t = ∞ angeschrieben:

$$Glg.(30) \quad \sigma_{c,\infty} = \epsilon_{el} \cdot E_c$$

$$Glg.(31) \quad \frac{\epsilon_{c,\infty}}{x_{II,\infty}} = \frac{\epsilon_{s,\infty}}{(d - x_{II,\infty})}$$

$$Glg.(32) \quad C = \sigma_{c,\infty} \frac{b \cdot x_{II,\infty}}{2}$$

$$Glg.(33) \quad T = A_s \cdot \epsilon_{s,\infty} \cdot E_s$$

$$Glg.(34) \quad C = T$$

Werden nun die Gleichungen Glg.(29), Glg.(30)Glg.(32)Glg.(33) in Glg.(34) eingesetzt, so erhält man:

$$Glg.(35) \quad A_s \cdot \epsilon_{s,\infty} \cdot E_s = \frac{\epsilon_{c,\infty}}{1 + \phi} \cdot E_c \cdot \frac{b \cdot x_{II,\infty}}{2}$$

Der Ausdruck $\frac{E_c}{1 + \phi}$ ist bekannt als effektiver

E-Modul $E_{c,eff}$.

Nach Einsetzen der Glg.(31) in Glg.(35) erhält man:

$$Glg.(36) \quad \frac{A_s \cdot E_s}{E_{c,eff}} = \frac{x_{II,\infty}}{d - x_{II,\infty}} \cdot \frac{b \cdot x_{II,\infty}}{2}$$

Wird der Ausdruck $\frac{E_s}{E_{c,eff}}$ mit α_{eff} bezeichnet und formt man die Gleichung weiter um, erhält man folgende quadratische Gleichung:

$$Glg.(37) \quad \frac{b \cdot x_{II,\infty}^2}{2A_s \cdot \alpha_{eff}} + x_{II,\infty} - d = 0$$

Die Lösung dieser quadratischen Gleichung liefert dieselbe Gleichung wie in Kapitel 5, abgesehen von dem Materialparameter α_{eff} .

$$Glg.(38) \quad x_{II,\infty} = \frac{A_s \alpha_{eff}}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2bd}{A_s \alpha_{eff}}} \right]$$

Man sieht, daß das Ersetzen von α durch α_{eff} bzw.

E_c durch $E_{c,eff}$ genügt, um Kriechumlagerungen im Querschnitt berücksichtigen zu können. Unter Voraussetzung der linearen Kriechtheorie (Glg.(29)) liegt der Fehler dieser Rechnung in der Annahme eines einzigen Wertes ϕ für alle Betonfasern. Damit wird nicht berücksichtigt, daß sich die Spannungen im Beton und damit die elastischen Dehnungen ϵ_{el} im Laufe der Zeit ändern und das wiederum den Kriechvorgang beeinflusst. In Wirklichkeit wäre der Dehnungsverlauf von ϵ_{el} zum Zeitpunkt $t = \infty$ nicht mehr linear sondern leicht konvex gekrümmt. Trotzdem können die so ermittelten Werte als gute Näherung betrachtet werden.

Die Spannungsermittlung erfolgt am einfachsten über die Gleichungen Glg.(27)Glg.(19) und Glg.(28).

Selbstverständlich kann dieses Verfahren auch auf Querschnitte mit Druckbewehrung angewendet werden. Es handelt sich doch nur um ein fiktives „weicher machen“ eines Materials eines linear elastischen Verbundquerschnitts. Dadurch zieht das steifere Material –in diesem Fall der Stahl- mehr Spannungen an, was qualitativ auch beim Kriechen

vorsieht. Es gelten alle Formeln der Kapitel 3 bis 5 wenn α durch α_{eff} bzw. E_c durch $E_{c,eff}$ ersetzt werden.

Abschließend wird noch darauf hingewiesen, daß diese Anwendung nur bei ständigen Einwirkungen sinnvoll ist, da nur diese einen Kriechvorgang verursachen.

7 EINFACH BEWEHRTER PLATTENBALKEN

7.1 Höhe der Druckzone (x_{II})

Unter Anwendung der in Kapitel 3.1 gewonnen Erkenntnisse wird für den einfach bewehrten Plattenbalken die Druckzonenhöhe über die Bestimmungsgleichung des ideellen Schwerpunkts hergeleitet:

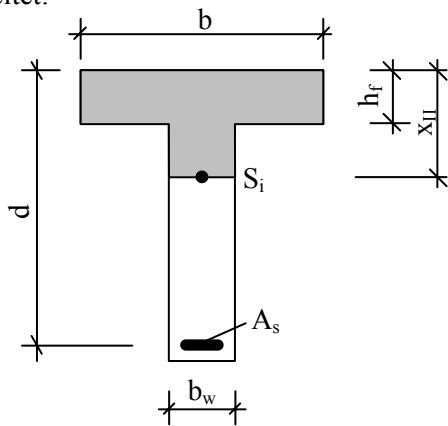


Abbildung 4 Einfach bewehrter Plattenbalken

$$\begin{aligned}
 \text{Glg. (39)} \quad & b \cdot h_f \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2} \right) + b_w \frac{(x_{II} - h_f)^2}{2} = \\
 & = A_s \cdot \alpha (d - x_{II})
 \end{aligned}$$

Trennt man nun die Terme nach der Ordnung von x_{II} , so erhält man

$$\begin{aligned}
 \text{Glg. (40)} \quad & x_{II}^2 \cdot \frac{b_w}{2} + x_{II} (\alpha A_s + h_f (b - b_w)) - \\
 & - d \cdot \alpha A_s + \frac{h_f^2 (b_w - b)}{2} = 0
 \end{aligned}$$

Mit den folgenden Substitutionen

$$k_1 = h_f (b - b_w)$$

$$k_2 = \alpha A_s + k_1$$

ergibt sich die Lösung zu:

$$\text{Glg. (41)} \quad x_{II} = \frac{-k_2 + \sqrt{k_2^2 + b_w (2d \cdot \alpha A_s + h_f k_1)}}{b_w}$$

7.2 Innerer Hebelsarm z

Wie in Kapitel 3.2 werden die inneren Druckkräfte durch Spannungsintegration über die jeweilig Teilfläche ermittelt und die Lage des Angriffspunkts der Resultierenden Druckkraft mittels des Momentengleichgewichts um den Druckrand des Querschnitts berechnet.

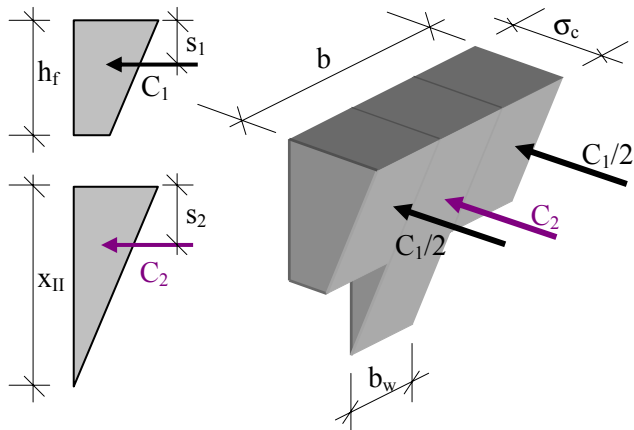


Abbildung 5 Spannungen und innere Kräfte in der Druckzone eines einfach bewehrten Plattenbalkens

$$\text{Glg. (42)} \quad C_1 = \left[\sigma_c + \sigma_c \left(1 - \frac{h_f}{x_{II}} \right) \right] \frac{1}{2} \cdot h_f (b - b_w)$$

Der Randabstand s_1 des Schwerpunkts des Spannungstrapezes beträgt:

$$\text{Glg. (43)} \quad s_1 = \frac{h_f}{3} \cdot \frac{\sigma_c + 2\sigma_c \left(1 - \frac{h_f}{x_{II}} \right)}{\sigma_c + \sigma_c \left(1 - \frac{h_f}{x_{II}} \right)} = \frac{h_f - \frac{2}{3} \frac{h_f^2}{x_{II}}}{2 - \frac{h_f}{x_{II}}}$$

$$\text{Glg. (44)} \quad C_2 = \sigma_c \cdot x_{II} \cdot b_w \cdot \frac{1}{2}$$

$$\text{Glg. (45)} \quad s_2 = \frac{x_{II}}{3}$$

Setzt man nun die Gleichungen Glg.(42)Glg.(45) in die Bestimmungsgleichung für den Schwerpunktsabstand des in Abbildung 5

dargestellten Spannungskörpers
 $s = \frac{C_1 \cdot s_1 + C_2 \cdot s_2}{C_1 + C_2}$ ein, dann erhält man folgende

Lösung für s:

$$\text{Glg. (46)} \quad s = \frac{k_1 \cdot h_f \left(3 - 2 \frac{h_f}{x_{II}}\right) + b_w \cdot x_{II}^2}{3 \cdot \left(b_w \cdot x_{II} + k_1 \left(2 - \frac{h_f}{x_{II}}\right)\right)}$$

mit der Substitution k_I aus Kapitel 7.1. Die endgültige Lösung für den inneren Hebelsarm lautet nun:

$$\text{Glg. (47)} \quad z = d - \frac{k_1 \cdot h_f \left(3 - 2 \frac{h_f}{x_{II}}\right) + b_w \cdot x_{II}^2}{3 \cdot \left(b_w \cdot x_{II} + k_1 \left(2 - \frac{h_f}{x_{II}}\right)\right)}$$

Damit können die Spannungen wiederum nach Glg.(19) und Glg.(20) berechnet werden.

8 SPANNUNGSERMITTLUNG BEI BIEGUNG UND LÄNGSKRAFT

8.1 Grundlagen [3], [4]

Da der geschlossene Ansatz zu einer kubischen Gleichung führt, ist es einfacher ein sehr einfaches Iterationsverfahren zu verwenden. Zu diesem Zweck werden wie bei einer Tragfähigkeits-Bemessung auf Biegung und Längskraft die einwirkenden Schnittgrößen auf die Achse der Zugbewehrung bezogen, um die Normalkraft und das Moment gesondert behandeln zu können (Abbildung 6)

$$\text{Glg. (48)} \quad N_s = N$$

$$\text{Glg. (49)} \quad M_s = M - N \cdot e_s$$

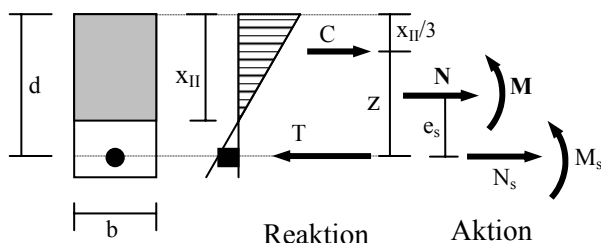


Abbildung 6 Auf die Stahlachse bezogene Schnittgrößen

Da die Normalkraft jetzt direkt in der Stahlachse angreift kann man die Normalkraft als äußere Einwirkung vom System entfernen wenn man auch

jenen Teil des Stahls entfernt der genau die Normalkraft aufnimmt. Der verbleibende Teil an Stahl A_{sM} muß jetzt nur noch das Moment M_s aufnehmen.

$$\text{Glg. (50)} \quad A_{sM} = A_s - \frac{N}{\sigma_s}$$

In diese Gleichung müssen die Normalkräfte vorzeichenrichtig eingesetzt werden.

Da mit M_s und A_{sM} ein reiner Biegezustand vorliegt, können nun alle in den obigen Kapiteln ausgearbeiteten Formeln verwendet werden um die Druckzonenhöhe x_{II} und den inneren Hebelsarm z zu ermitteln. Um dies tun zu können muß aber zuerst die Stahlspannung σ_s geschätzt werden.

Entspricht die geschätzte Stahlspannung der endgültigen Lösung, so ist das herausgenommene System, bestehend aus Normalkraft und zugehörigem Stahlanteil nach dem Wiederhineinstellen ins Gesamtsystem im Gleichgewicht, ohne dabei die aus der Biegung (M_s und A_{sM}) ermittelte Dehnungsebene verändern, zu müssen.

8.2 Der Berechnungsablauf

- 1.) Berechnen von M_s
- 2.) Schätzen der Stahlspannung σ_s

Eine gute Methode für die erste Schätzung ist das Schätzen des inneren Hebelarms (evtl. aus dem Tragsicherheitsnachweis und das anschließende Ermitteln der Spannung über folgende Gleichung:

$$\text{Glg. (51)} \quad \sigma_s = \left(\frac{M_s}{z} + N \right) \cdot \frac{1}{A_s}$$

- 3.) Berechnen von A_{sM} mit Glg.(50).
- 4.) Berechnen von x_{II} und z_{II}
- 5.) Ermittlung der Stahlspannung mittels Glg.(51).

Es könnte hier die Stahlspannung auch über Glg.(19) mit M_s und A_{sM} ermittelt werden. Mit Glg.(51) ist die Konvergenz aber wesentlich besser.

- 6.) Vergleich der geschätzten Stahlspannung mit der errechneten. Bei Bedarf die Schritte 3 bis 6 mit dem errechneten Wert wiederholen.

Ist die Stahlspannung genügend genau ermittelt wird die Betondruckspannung mit Glg.(20) berechnet.

Hinweis:

Oszilliert das Ergebnis, wird empfohlen den Mittelwert zwischen dem Schätzwert und dem Ergebnis als neuen Schätzwert zu nehmen.

9 ZUSAMMENFASSUNG

Obwohl in der Literatur einiges über Spannungsberechnungen im Zustand II zu finden ist, zeigte die Praxis in den Betonbau-Übungsstunden, daß es sehr schwer oder gar unmöglich ist, ein vollständiges Werk zu diesem Thema zu finden. Außerdem werden Vereinfachungen getroffen, die nicht notwendig sind, da die Formelapparate trotzdem sehr umfangreich sind.

Die hier vorliegende Abhandlung soll eine umfangreiche Sammlung an Formeln zum Thema Spannungen am gerissenen Querschnitt sein, die auf Vereinfachungen, wie das Nicht-Abziehen der Betonfläche im Bereich der Druckbewehrung oder das Vernachlässigen des Spannungskeils im Steg bei Plattenbalken, verzichtet.

10 LITERATUR

- [1] *Fachnormenausschuß 010: ÖNORM ENV 1992-1-1, Planung von Stahlbeton und Spannbetontragwerken, Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau, Dezember 1992*
- [2] *Grasser, Kupfer, Pratsch, Feix: Bemessung von Stahlbeton und Spannbetonbauteilen nach EC 2 für Biegung und Längskraft, Querkraft und Torsion; Betonkalender 1996, Ernst & Sohn, Berlin, 1996*
- [3] *Schneider: Bautabellen für Ingenieure, 13. Auflage, Werner Verlag, Düsseldorf 1998, (p 5.87)*
- [4] *Heydel, Krings, Herrmann: Stahlbeton im Hochbau nach EC 2, Ernst & Sohn, Berlin 1995*